

# Algorithmes MCMC rapides pour les problèmes inverses non stationnaires en grandes dimensions

## Proposition de thèse

**Problématique** – Problèmes inverses, grandes dimensions, non-stationnarité, méthodes non supervisées, restauration, super résolution, signal-image.

**Outils** – Pénalisation quadratique/convexe, algorithmes d'échantillonnages, algorithmes d'optimisation, approches bayésiennes.

**Applications** – Le problème posé est général. Cependant des applications privilégiées en reconstruction d'image haute résolution en astronomie ou microscopie sont envisagées.

**Contact et lieu** – F. ORIEUX<sup>1</sup> (orieux@lss.supelec.fr, 01 69 85 17 47). Groupe des Problèmes Inverses, Laboratoire des Signaux et Systèmes (L2S), CentraleSupélec, Gif-sur-Yvette.

## Contexte

L'augmentation de la puissance des machines de calcul a incité à la conception d'instruments générant des quantités importantes de données. Parallèlement, le désir de travailler sur des inconnues de grande taille comme les images haute ou très haute résolution est de plus en plus présent, en particulier dans les sciences expérimentales et observationnelles. Parmi les applications du groupe on peut mentionner la microscopie haute-résolution SIM [1, 2], le projet spatial européen Euclid [3], mais surtout le James Webb Space Telescope (JWST) [4], successeur du Hubble Space Telescope et plus grand projet spatial jamais réalisé. Malheureusement, pour exploiter pleinement l'ensemble des informations fournies, une modélisation fine du processus d'acquisition (le modèle des données) est nécessaire ce qui conduit à des problèmes inverses d'estimation (estimer l'inconnue à l'origine des mesures) non stationnaires, mal posés et instables.

## Méthodologie

Les approches standards pour l'inversion reposent généralement sur la minimisation de critères composites ou régularisés [5, 6], la régularisation permettant de rendre à minima le problème bien posé. Ces approches sont par contre limitées sur plusieurs points essentiels.

- L'estimation des hyper paramètres pilotant le compromis entre les données et les *a priori* reste une question épineuse.
- L'estimation de ces paramètres avec des modèles convexes (soit autre que gaussien) n'est pas encore totalement résolue.
- L'absence d'intervalles de confiance qui permettraient de quantifier la fiabilité de l'estimation, critique en science expérimentale.

Les algorithmes de Monte-Carlo par Chaîne de Markov (MCMC) ont depuis quelques années [7, 8, 9] démontré leur capacité à aborder ces problèmes. En effet, par le formalisme bayésien et la prise en compte de toute la structure de la loi *a posteriori* étendue aux hyper paramètres, les MCMC permettent de calculer l'estimateur de la *moyenne a posteriori* (estimateur optimal au sens du MMSE), mais également toute espérance de la loi et donc les intervalles de confiance.

---

1. Ce travail devrait se dérouler en interaction avec O. FÉRON et J.-F. GIOVANNELLI.

Deux problèmes majeurs se posent. Tout d’abord, il faut augmenter l’efficacité de ces nouveaux algorithmes dans le contexte des gros volumes de données, d’une taille importante de l’inconnu et de la complexité des modèles pour ne pas limiter leurs champs d’application. Ensuite, la majorité des travaux reposent sur l’hypothèse gaussienne, le cas convexe étant encore peu traité [10].

Le travail de thèse consistera à

- l’étude des algorithmes d’échantillonnages existants [8, 11, 9, 12, 13], notamment ceux du groupe pour, en particulier, extraire les caractéristiques fondamentales permettant la conception d’algorithmes accélérés ou rapides,
- passer aux problèmes non stationnaires intervenant presque systématiquement dans le traitement de données expérimentales (systèmes linéaires, mais non invariants, super résolution, ...)
- passer aux problèmes convexes voir non convexe [10, 14] dans le cadre des problèmes non stationnaires.
- En fonction du candidat, soit l’orientation vers une application concrète en astronomie ou microscopie avec le traitement de données expérimentales déjà acquises ou futures, soit le travail sur un problème synthétique et académique permettant une caractérisation plus fine.

## Résultats attendus

Les grandes instrumentations, comme SKA ou le JWST, vont révolutionner nos connaissances par l’observation à des résolutions jamais atteintes. Le prix étant une complexité accrue des instruments, un volume de donnée et un nombre d’inconnus très important.

Le travail sur la conception d’algorithmes *rapides* pour la résolution de problèmes *non supervisés* et en *grandes dimensions* permettra de dépasser l’obstacle de la mise en œuvre de méthodes sophistiquées (non-stationnaires, convexes ...) pour l’expérimentation scientifique.

## Mise en œuvre

Ce travail est principalement méthodologie et algorithmique. Les résultats pouvant impacter un champ très large de problèmes d’inférence de données, le candidat aura la liberté de les mettre en œuvre sur une application précise de l’équipe (en collaboration) ou sur un problème synthétique.

## Références

- [1] François ORIEUX et al. “Bayesian estimation for optimized structured illumination microscopy”. In : *IEEE Transactions on Image Processing* 21.2 (2012), p. 601–614.
- [2] Stefan W HELL. “Microscopy and its focal switch.” In : *Nature methods* 6.1 (2009), p. 24–32.
- [3] Luca AMENDOLA et al. “Cosmology and fundamental physics with the Euclid satellite”. In : (2012).
- [4] Mark CLAMPIN. “The James Webb Space Telescope (JWST)”. In : *Advances in Space Research* 41 (2008), p. 1983–1991.
- [5] Jérôme IDIER. “Convex Half-Quadratic Criteria and Interacting Auxiliary Variables for Image Restoration”. In : *IEEE Transactions on Image Processing* 10.7 (2001), p. 1001–1009.

- [6] Jérôme IDIER, éd. *Bayesian Approach to Inverse Problems*. ISTE Ltd et John Wiley & Sons Inc., 2008.
- [7] F. ORIEUX, J.-F. GIOVANNELLI et T. RODET. “Bayesian estimation of regularization and PSF parameters for Wiener-Hunt deconvolution”. In : *Journal of the Optical Society of America A* 27.7 (2010), p. 1593–1607.
- [8] F. ORIEUX, O. FÉRON et J.-F. GIOVANNELLI. “Sampling high-dimensional Gaussian distributions for general linear inverse problems”. In : *Signal Processing Letters, IEEE* 19.5 (2012), p. 251–254.
- [9] Clément GILAVERT, Saïd MOUSSAUI et Jérôme IDIER. “Rééchantillonnage gaussien en grande dimension pour les problèmes inverses”. In : *Actes 24<sup>e</sup> coll. GRETSI*. Brest, France, 2013.
- [10] François ORIEUX et Raphael CHINCHILLA. “Semi-Unsupervised Bayesian Convex Image Restoration with Location Mixture of Gaussian”. In : *Submitted to EUSIPCO17*. 2017.
- [11] Yuling ZHENG. “Algorithmes bayésiens variationnels accélérés et applications aux problèmes inverses de grande taille”. Thèse de doct. Université Paris-Sud, 2014.
- [12] David J. C. MACKEY. *Information theory, Inference, and Learning Algorithms*. Cambridge University Press, 2003.
- [13] J M BARDSLEY et C FOX. “An MCMC method for uncertainty quantification in nonnegativity constrained inverse problems”. In : *Inverse Probl. Sci. Eng.* 20.4 (2012), p. 477–498.
- [14] Jean-François GIOVANNELLI. “Unsupervised Bayesian Convex Deconvolution Based on a Field With an Explicit Partition Function”. In : *IEEE Transactions on Image Processing* 17.1 (2008), p. 16–26.